Champ magnétique

07/05/2025

Liaison avec le champ électrostatique

Pascal DUBOIS

Mots-clés : relativité restreinte ; champ magnétique ; champ électromagnétique ; champ électrostatique ; interaction électrostatique ; charge ; force électromagnétique ; force de Lorentz ; principe de Mach.

Résumé :

On se place dans le cadre faiblement relativiste (permettant de négliger les termes d'ordre v^4/c^4 dans le déroulement du calcul). A partir du principe fondamental de la dynamique, on établit l'équation donnant la transformée de la force appliquée à un corps en mouvement dans un changement de référentiel galiléen.

Appliquée au problème de l'interaction électrostatique entre deux charges en mouvement, cette équation permet d'obtenir l'expression de la force de Lorentz, qui introduit un champ magnétique en complément du champ électrostatique.

Puis, à partir d'une approche géométrique basée sur la compréhension physique de l'interaction électrostatique, on montre que l'on peut obtenir le même résultat en restant dans le cadre de la Mécanique classique.

La prise en compte du décalage temporel de l'interaction, lié à la distance entre les charges, conduit à une variation de rotation du segment joignant celles-ci ainsi qu'à une variation de leur distance, par rapport au calcul effectué en se ramenant au cas où l'une des charges est fixe. Ces variations se traduisent par une force correctrice à la force électrostatique, qui redonne la force de Lorentz.

L'approche relativiste donne un résultat équivalent parce que la désynchronisation des horloges correspond à un décalage temporel identique à celui de l'interaction électrostatique. Il apparaît donc abusif de considérer le champ magnétique comme une conséquence de la théorie de la relativité.

A la différence du champ électrostatique, le champ magnétique n'implique pas d'échange d'énergie avec les sources. Il s'agit d'un champ purement vectoriel, qui doit être considéré comme un outil permettant de corriger un calcul qui ne modélise pas complètement l'interaction des charges l'une par rapport à l'autre au fur et à mesure de leur mouvement.

1. Transformée de la force par changement de référentiel

1.1. Force appliquée à un corps en mouvement

La notion de force est associée aux notions d'énergie et de quantité de mouvement.

A un corps ayant une énergie totale W, on associe une masse m telle que : $W = m\, c^2$ (1)
Cette relation constitue la relation d'équivalence entre masse et énergie.[1]

Pour un corps de vitesse $\vec{v}$, on définit la quantité de mouvement : $\vec{p} = m\, \vec{v}$ (2)

L'énergie totale intègre l'énergie cinétique ; elle varie donc avec la vitesse du corps, de même que la masse.[2]

Considérons la dérivée de la quantité de mouvement par rapport au temps :

$$d\vec{p}/dt \ = d(m\, \vec{v})/dt$$

On peut écrire : $(d\vec{p}/dt)(\vec{v}\ dt) \ = (\vec{v}\,\vec{v})\ dm + m\left(\vec{v}\,\overrightarrow{dv}\right)$

$$= \ v^2\ dm + m\ v\ dv$$

avec : $v = \| \ \vec{v} \ \|$ et : $dv = \| \ \vec{v} \ + \overrightarrow{dv} \ \| - \ \| \ \vec{v} \ \|$

Compte tenu de (1) : $(d\vec{p}/dt)(\vec{v}\ dt) = (v^2/c^2)\ dW + \ (v\ dv/c^2)\ W$ (3)

Le principe fondamental de la dynamique postule que $(d\vec{p}/dt)$ représente la force $\vec{F}$ dont le travail, $\left(d\overrightarrow{p}/dt\right)(\vec{v}\ dt)$, est égal à la variation d'énergie dW du corps sous l'action de cette force.

Donc : $\vec{F} = \ d\vec{p}/dt \ = d(m\,\vec{v})/dt$

et, compte tenu de (3) : $dW = (v^2/c^2)\ dW + \ (v\ dv/c^2)\ W$ (4)

L'équation (4) se met sous la forme :

$$dW/W \ = (v\ dv/c^2)/(1 - \ v^2/c^2)$$

Par intégration on obtient : $W = \ \gamma\ W_0 = \ \gamma\ m_0\ c^2$ avec : $\gamma = \ 1\ /\sqrt{1 - \ v^2/c^2}$ (5)

et donc : $\vec{p} = \gamma\ m_0\ \vec{v}$ (6)

$\vec{F} = d(\gamma\ m_0\ \vec{v})/dt$ m_0 étant la masse au repos. (7)

Nous allons examiner comment la force est modifiée par un changement de référentiel.

---

[1] Aussi désignée comme la « relation d'Einstein ».
[2] Rappelons que, dans notre approche de la relativité, le terme « masse » n'est pas réservé à la masse au repos parce que cette dernière n'est pas invariante par changement de référentiel.

1.2. Changement de référentiel

Considérons deux référentiels galiléens Σ (x, y, z, t) et $\Sigma'(x', y', z', t')$ en mouvement relatif rectiligne et uniforme parallèlement aux axes $(x$)et (x'). Désignons par $\vec{u}$ la vitesse de Σ' par rapport à Σ.

<u>Pour une expérience se déroulant dans le référentiel Σ</u>, les équations reliant les coordonnées dans les deux référentiels s'écrivent :[3]

$$\begin{aligned} x &= x' + u\, t' \\ y &= y' \\ z &= z' \\ t &= t' + u\, x'/c^2 \end{aligned} \qquad (8)$$

De ce fait, la relation entre une vitesse $\vec{v}$ dans Σ et la vitesse correspondante $\vec{v}'$ dans Σ' peut s'écrire sous la forme vectorielle simple suivante :

$$\vec{v} = (\overrightarrow{v'} + \vec{u})/(1 + \vec{u}\,\overrightarrow{v'}/c^2) \qquad (9)$$

Nous allons nous placer dans le cas où les vitesses sont suffisamment faibles par rapport à c pour que l'on puisse négliger les termes d'ordre v^4/c^4 dans le déroulement du calcul. L'équation ci-dessus peut s'écrire :

$$\vec{v} = (\overrightarrow{v'} + \vec{u})(1 - \vec{u}\,\overrightarrow{v'}/c^2) \qquad (9a)$$

<u>Nous cherchons la relation entre les forces associées aux variations des vitesses $\vec{v}$ et $\overrightarrow{v'}$</u>:

$$\vec{F} = m_0\, d(\gamma\, \vec{v})/dt \qquad \text{et} \qquad \overrightarrow{F'} = m'_0\, d\left(\gamma'\, \overrightarrow{v'}\right)/dt' \qquad (10)$$

a) L'expérience se déroulant dans Σ, il faut choisir : $m'_0 = \gamma_0\ m_0$

avec : $\gamma_0 = 1/\sqrt{1 - u^2/c^2}$

b) A partir de l'équation (9a), exprimons $\overrightarrow{dv}$ en fonction de $\overrightarrow{dv'}$:

$$\overrightarrow{dv} = (1 - \vec{u}\,\overrightarrow{v'}/c^2)\,\overrightarrow{dv'} - (\vec{u}\,\overrightarrow{dv'}/c^2)(\overrightarrow{v'} + \vec{u}) \qquad (11)$$

c) Exprimons maintenant $d(\gamma\, \vec{v})$ et $d\left(\gamma'\, \overrightarrow{v'}\right)$:

$$d(\gamma\, \vec{v}) = d\gamma\, \vec{v} + \gamma\ \overrightarrow{dv} = \gamma^3(\vec{v}\,\overrightarrow{dv}/c^2)\,\vec{v} + \gamma\ \overrightarrow{dv}$$

$$d(\gamma\, \vec{v}) = (\vec{v}\,\overrightarrow{dv}/c^2)\,\vec{v} + \gamma\ \overrightarrow{dv}$$

$$d\left(\gamma'\, \overrightarrow{v'}\right) = (\overrightarrow{v'}\,\overrightarrow{dv'}/c^2)\,\overrightarrow{v'} + \gamma'\ \overrightarrow{dv'}$$

[3] Cf. note « *Une autre approche de la relativité* ». On rappelle que, dans cette approche, il n'y a pas de dilatation de l'espace et du temps. Le référentiel où se déroule l'expérience se distingue des autres référentiels, le changement de coordonnées n'est plus biunivoque. Les équations de changement de coordonnées sont modifiées par rapport aux formules de Lorentz de la relativité restreinte.

d) Poursuivons le calcul en exprimant $d(\gamma\,\vec{v})$ en fonction de $\overrightarrow{v'}$ et $\overrightarrow{dv'}$:

$$d(\gamma\,\vec{v}) = \gamma\ \overrightarrow{dv} + \left(\vec{v}\,\overrightarrow{dv}/c^2\right)\vec{v}$$

$$= \gamma\,(1 - \vec{u}\,\overrightarrow{v'}/c^2)\,\overrightarrow{dv'} - \left(\vec{u}\,\overrightarrow{dv'}/c^2\right)\left(\overrightarrow{v'} + \vec{u}\right) + \left(\left(\overrightarrow{v'} + \vec{u}\right)\overrightarrow{dv'}/c^2\right)\left(\overrightarrow{v'} + \vec{u}\right)$$

$$= \gamma\,(1 - \vec{u}\,\overrightarrow{v'}/c^2)\,\overrightarrow{dv'} + \left(\overrightarrow{v'}\,\overrightarrow{dv'}/c^2\right)\left(\overrightarrow{v'} + \vec{u}\right)$$

De la relation (9) on tire facilement : $\gamma = \gamma_0\,\gamma'(1 + \vec{u}\,\overrightarrow{v'}/c^2)$, ce qui conduit à :

$$d(\gamma\,\vec{v}) = \gamma_0\,\gamma'\,\overrightarrow{dv'} + \left(\overrightarrow{v'}\,\overrightarrow{dv'}/c^2\right)\left(\overrightarrow{v'} + \vec{u}\right)$$

e) Introduisons maintenant $d\left(\gamma'\,\overrightarrow{v'}\right)$au second membre :

$$d(\gamma\,\vec{v}) = \gamma_0\,(\gamma'\,\overrightarrow{dv'} + \left(\overrightarrow{v'}\,\overrightarrow{dv'}/c^2\right)\overrightarrow{v'}) + \left(\overrightarrow{v'}\,\overrightarrow{dv'}/c^2\right)\vec{u}$$

$$d(\gamma\,\vec{v}) = \gamma_0\,d\left(\gamma'\,\overrightarrow{v'}\right) + \left(\overrightarrow{v'}\,\overrightarrow{dv'}/c^2\right)\vec{u} \qquad (12)$$

f) Passons aux forces en multipliant les deux membres de l'équation (12) par m_0/dt :

$$m_0 d(\gamma\,\vec{v})/dt = \gamma_0\,m_0\,d\left(\gamma'\overrightarrow{v'}\right)/dt + m_0\left(\overrightarrow{v'}\,\overrightarrow{dv'}/c^2 dt\right)\vec{u}$$

Compte tenu des relations (10), de a) et du fait que $dt = (1 + \vec{u}\,\overrightarrow{v'}/c^2)\,dt'$, il vient :

$$\vec{F} = (1 - \vec{u}\,\overrightarrow{v'}/c^2)\overrightarrow{F'} + m_0\left(\overrightarrow{v'}\,\overrightarrow{dv'}/c^2 dt\right)\vec{u}$$

Puisque nous négligeons les termes d'ordre v^4/c^4, on peut écrire :

$$m_0\left(\overrightarrow{v'}\,\overrightarrow{dv'}/c^2 dt\right) = m'_0\left(\overrightarrow{v'}\,\overrightarrow{dv'}/c^2 dt'\right) = m'_0\left(\overrightarrow{v'}\,d(\gamma'\overrightarrow{v'})/c^2 dt'\right)$$

C'est à dire :

$$m_0\left(\overrightarrow{v'}\,\overrightarrow{dv'}/c^2 dt\right) = \overrightarrow{F'}\,\overrightarrow{v'}\,/c^2$$

L'équation entre les forces dans les deux référentiels s'écrit donc :

$$\vec{F} = \left(1 - \vec{u}\,\overrightarrow{v'}/c^2\right)\overrightarrow{F'} + (\overrightarrow{F'}\,\overrightarrow{v'}/c^2)\vec{u}$$

$$\vec{F} = \overrightarrow{F'} + (\overrightarrow{F'}\,\overrightarrow{v'}/c^2)\vec{u} - (\vec{u}\,\overrightarrow{v'}/c^2)\overrightarrow{F'}$$

Ce qui peut se mettre sous la forme :

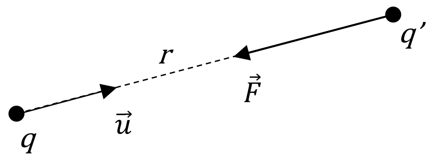
$$\boxed{\vec{F} = \overrightarrow{F'} + \frac{1}{c^2}\overrightarrow{v'} \wedge (\vec{u} \wedge \overrightarrow{F'})} \qquad (13)$$

Rappelons que cette équation n'est valable que dans le cas faiblement relativiste.

2. Interaction entre deux charges en mouvement

2.1. Cas d'une charge se déplaçant dans un champ électrostatique fixe [4]

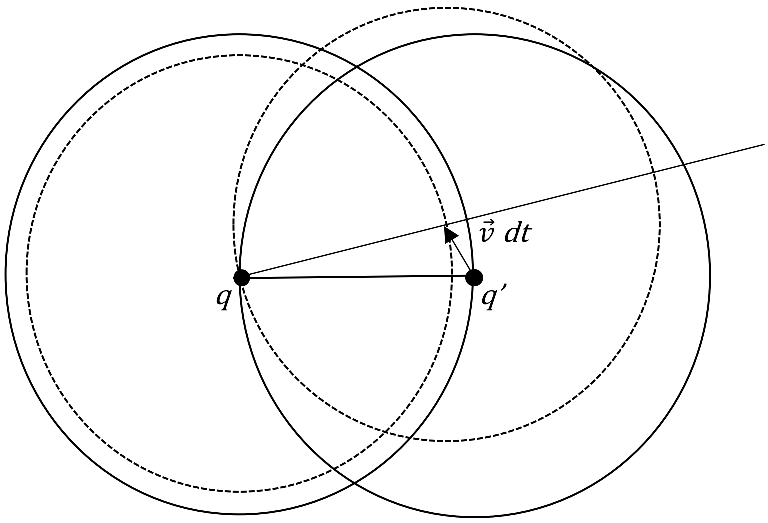
Quand une charge q' se déplace dans le champ électrostatique créé par une charge fixe q, même de façon non radiale, son mouvement est régi par la loi de Coulomb qui donne la force s'exerçant entre les charges :



$$\vec{F} \;=\; q'\,\vec{E}(\vec{r}) \;=\; (qq'/\,4\pi\,\varepsilon_0\,r^2)\,\vec{u}$$

$\vec{E}(\vec{r})$ étant le vecteur champ électrostatique.

Ceci se comprend bien si on se rapporte à la description énergétique de l'interaction, qui est analogue à l'interaction gravitationnelle.[5]



Dans le cas d'un déplacement non radial, le déplacement se fait dans le plan contenant les charges et le vecteur vitesse. Il y a ajout d'une rotation du segment qq' qui change simplement l'axe selon lequel se fait l'interaction, sans que cela modifie l'énergie échangée.

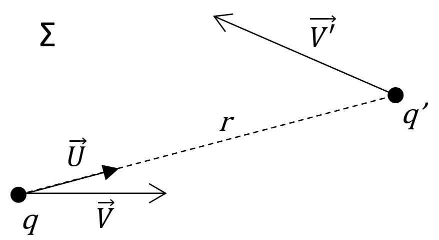
[4] Pour la construction et les propriétés du champ électrostatique, se reporter à la note :
« *Propriétés du champ électrostatique. Liaison avec le champ gravitationnel* »
[5] cf. note « *Champ gravitationnel, Principe fondamental de la dynamique et Mécanique quantique* », paragraphe 1.3.2. Sources en interaction : échanges d'énergie entre sources et champ

2.2. Cas de deux charges en mouvement

Si, dans le référentiel où se déroule l'expérience, les deux charges sont mobiles (Σ), peut-on se ramener au cas précédent par un simple changement de référentiel (Σ') conduisant à immobiliser l'une des charges ?

Cela suppose pour le moins que la vitesse ($\vec{V}$) de l'une des charges (q) soit constante dans le référentiel de l'expérience.

Dans ce cas, en raison du principe de relativité, on peut appliquer la loi de Coulomb pour déterminer la force d'interaction dans le référentiel Σ' où la charge q est fixe, puis transposer le résultat dans le référentiel Σ en utilisant l'équation (13) obtenue au paragraphe 1.2.



Observons tout d'abord que le vecteur unitaire $\vec{U}$ (porté par le segment qq') est inchangé dans le référentiel Σ' puisqu'il n'y a pas de contraction des longueurs dans notre approche de la relativité.

Dans Σ', la force agissant sur la charge q' est donc :

$$\overrightarrow{F'} = (qq'/\,4\pi\,\varepsilon_0\,r^2)\,\vec{U}$$

D'autre part, la correspondance avec les notations du paragraphe 1.2 est la suivante :

$$\vec{u} \to \vec{V} \qquad \vec{v} \to \overrightarrow{V'} \qquad \overrightarrow{v'} \to\ (\overrightarrow{V'} - \vec{V})/(1 - \vec{V}\,\overrightarrow{V'}/c^2)$$

L'équation (13) devient :

$$\boxed{\vec{F} = (qq'/\,4\pi\,\varepsilon_0\,r^2)(\,\vec{U} + \tfrac{1}{c^2}(\overrightarrow{V'} - \vec{V}) \wedge (\vec{V} \wedge \vec{U})\,)} \qquad (14)$$

On retrouve l'expression de la force de Lorentz : $(\overrightarrow{V'} - \vec{V})$ est la vitesse de la charge q' par rapport au champ créé par la charge q. $\vec{F}$ est la somme de la force d'interaction électrostatique et d'une force complémentaire :

$$\overrightarrow{\Delta F} = \frac{1}{c^2}(qq'/\,4\pi\,\varepsilon_0\,r^2)\,((\overrightarrow{V'} - \vec{V}) \wedge (\vec{V} \wedge \vec{U}))$$

Puisque $\varepsilon_0\,\mu_0 = 1/c^2$, l'équation (14) peut s'écrire :

$$\vec{F} = q'[(q/\,4\pi\,\varepsilon_0\,r^2)\,\vec{U} + \left(\overrightarrow{V'} - \vec{V}\right) \wedge (\mu_0 q/\,4\pi\,r^2)(\vec{V} \wedge \vec{U})]$$

soit :

$$\boxed{\vec{F} = q'(\,\vec{E} + \left(\overrightarrow{V'} - \vec{V}\right) \wedge \vec{B})} \qquad (15)$$

avec :

$$\boxed{\vec{E} = (q/\,4\pi\,\varepsilon_0\,r^2)\,\vec{U}}$$ vecteur champ électrostatique

$$\boxed{\vec{B} = (\mu_0 q/\,4\pi\,r^2)(\vec{V} \wedge \vec{U})}$$ vecteur champ magnétique

2.3. Approche géométrique

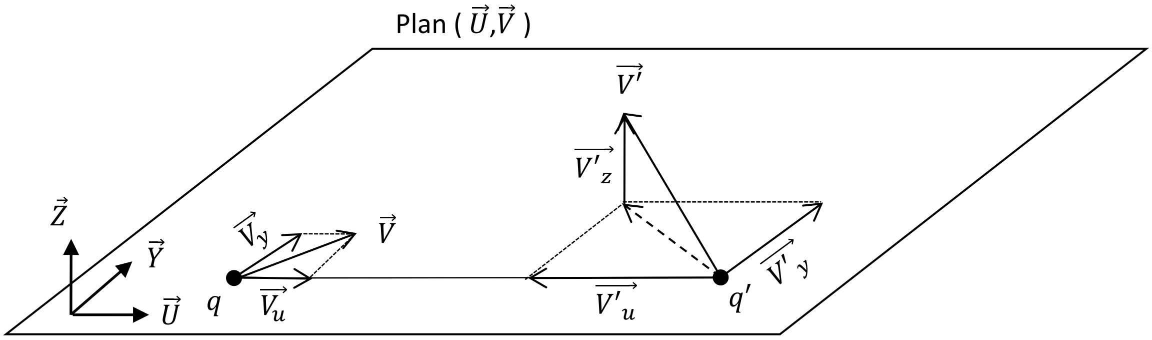
L'analyse du paragraphe 2.2 fait dériver l'apparition du champ magnétique de l'application de la théorie de la relativité.

Constatons tout d'abord que le champ magnétique n'est en aucune façon comparable au champ électrostatique ou au champ gravitationnel. A la différence de ces derniers, on ne peut pas lui attribuer de réalité physique, caractérisée par une énergie qui s'échange avec les sources.

Le champ magnétique est un champ purement vectoriel, qui doit être considéré comme un outil permettant de corriger un calcul qui ne modélise pas complètement l'interaction des charges l'une par rapport à l'autre au fur et à mesure de leur mouvement.

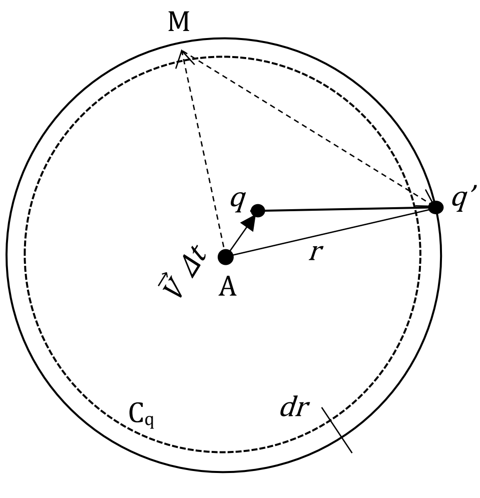
Nous allons montrer qu'il est possible de retrouver l'équation (14) à partir d'une approche géométrique, basée sur la compréhension physique de l'interaction électrostatique, en restant dans le cadre de la Mécanique classique.

($\vec{U}, \vec{Y}, \vec{Z}$) est un repère orthonormé local, avec $\vec{U}$ dirigé selon qq' et $\vec{Z}$ perpendiculaire au plan.



2.3.1. *Interaction retardée*

Reprenons le schéma d'interaction de deux charges [6]:



Lorsque la distance entre les sources varie de dr, la variation d'énergie d'interaction de la source q' est due à un prélèvement d'énergie sur le champ créé par q, contenu dans la coque sphérique C_q d'épaisseur dr.

L'énergie captée par q' au point M à l'instant t a été émise par q au temps $(t - \Delta t)$, avec : $\Delta t = r/c$.
L'émission se fait donc lorsque la charge est en un point A tel que : $\overrightarrow{Aq} = \vec{V}\,\Delta t.$

Le décalage de Δt entraîne une rotation de la ligne d'interaction (de qq' dans Σ' à Aq' dans Σ).

[6] cf. note de bas de page [5]

Au paragraphe 2.3.2, nous verrons que la variation de rotation au cours d'un incrément de calcul est modifiée dans Σ par rapport à Σ', ce qui conduit à apporter un terme correctif au calcul.

Une autre correction est nécessaire, car la variation de distance entre les charges diffère également d'un référentiel à l'autre (cf. paragraphe 2.3.3).

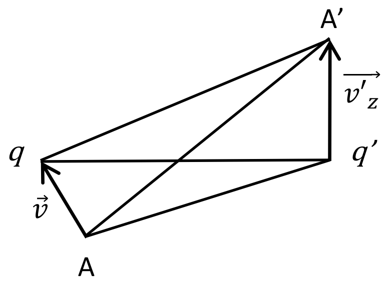
Remarque : pour procéder à la comparaison, il est nécessaire de partir d'une même distance entre les charges au début de l'interaction. On veut simplement ajouter au calcul effectué dans Σ' la correction liée aux variations de rotation et de distance, toutes choses égales par ailleurs. Le calcul relativiste n'introduit pas de modification de la distance $\overline{qq'}$ initale entre les deux référentiels.

Pour simplifier l'écriture, on ramène la longueur $\overline{qq'}$ à l'unité dans Σ', Δt est alors ramené à $1/c$; le déplacement à une vitesse $\vec{V}$ pendant cette durée vaut $\vec{V}/c$ (que nous noterons $\vec{v}$).

Compte tenu de la remarque ci-dessus, $\overline{Aq'}$ doit également être ramené à 1 dans Σ.

D'autre part, l'énergie captée en M parvient en q' après une durée : $\Delta t' = \overline{Mq'}/c$. La durée est variable avec la position de M. La durée moyenne de l'échange d'énergie calculée sur l'ensemble de la coque est égale à $\frac{4}{\pi}\ r/c$. Nous n'examinerons pas les conséquences de ce décalage, qui doit se traduire essentiellement par le fait que les actions calculées sont aussi à décaler dans le temps.

Commençons par montrer que la composante $\overrightarrow{V'_z}$ de $\overrightarrow{V'}$ n'a pas d'incidence :



$\overrightarrow{V'_z}$ est orthogonal au plan($\vec{v}$,$\overrightarrow{qq'}$).

Puisque : $\overline{Aq'} = \overline{qq'} = 1$, les deux triangles A'qq' et A'Aq' sont identiques.

Il n'y a pas de modification de la rotation, ni de la distance.

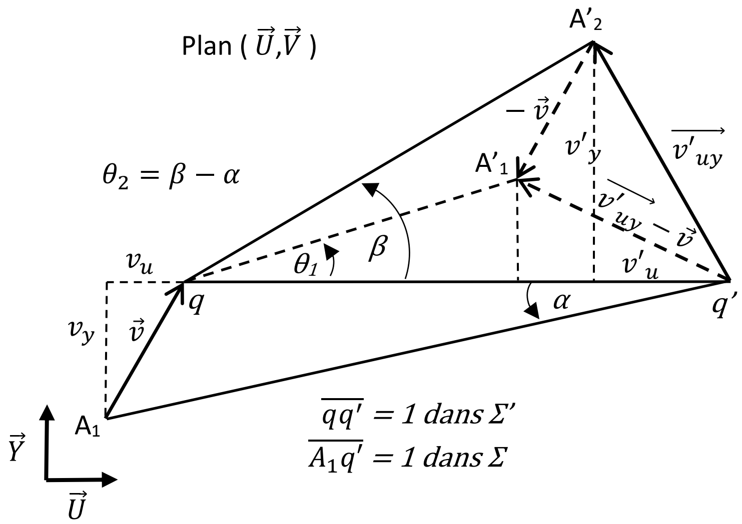
On peut donc se limiter à un calcul dans le plan ($\vec{U}$,$\vec{V}$).

2.3.2. *Variation de rotation*

La figure ci-dessous présente le schéma de la rotation de la ligne d'interaction dans les deux référentiels :

- dans Σ (traits pleins) : $\overrightarrow{A_1q'} \rightarrow \overrightarrow{qA'_2}$ (rotation θ_2) $\overline{A_{1q'}} = 1$ donc : $\overline{qq'} = 1 - v_u$
- dans Σ' (pointillés) : $\overrightarrow{qq'} \rightarrow \overrightarrow{qA'_1}$ (rotation θ_1) $\overline{qq'} = 1$

Pour obtenir les angles à l'ordre v^2on exprime les distances selon $\vec{U}$ à l'ordre v.



$$\alpha = \frac{v_y}{1} = v_y$$

$$\beta = \frac{v'_y}{1+v'_u - v_u} = v'_y\,(1 - v'_u + v_u)$$

$$\theta_2 = v'_y\,(1 - v'_u + v_u) - v_y$$

$$\theta_1 = \frac{v'_y - v_y}{1+v'_u - v_u}$$

$$= (v'_y - v_y)(1 - v'_u + v_u)$$

$(\theta_2 - \theta_1)$ représente la variation de rotation de qq'vue de la charge q. C'est son opposé qu'il faut retenir pour la rotation vue de q'qui nous intéresse :

$$\boxed{\Delta_{rotation} = \theta_1 - \theta_2 = v_y\,(v'_u - v_u)} \qquad (16)$$

2.3.3. Variation de distance

Pour ce calcul, afin de bien comptabiliser tous les termes d'ordre v^2, il faut exprimer la distance qq' dans Σ à ce même ordre :

$$\overline{qq'} = 1 - v_u - {v_y}^2/2 \qquad \text{Posons : } X = 1 + v'_u - v_u$$

- dans **Σ** : $\overline{qA'_2} = \sqrt{(X - \frac{{v_y}^2}{2})^2 + {v'_y}^2} = X\sqrt{1 - {v_y}^2 + {v'_y}^2} = X - \frac{{v_y}^2}{2} + \frac{{v'_y}^2}{2}$

  $\overline{A_1q'} = 1$
- dans **Σ'** : $\overline{qA'_1} = \sqrt{X^2 + (v'_y - v_y)^2} = X + \frac{1}{2}(v'_y - v_y)^2 = X + \frac{{v_y}^2}{2} + \frac{{v'_y}^2}{2} - v_y v'_y$

  $\overline{qq'} = 1$

- $\Delta_{distance} = (\overline{qA'_2} - \overline{A_1q'}) - (\overline{qA'_1} - \overline{qq'}) = -{v_y}^2 + v_y v'_y$

$$\boxed{\Delta_{distance} = v_y\,(v'_y - v_y)} \qquad (17)$$

Finalement, pour un décalage temporel égal à r/c, l'interaction retardée se traduit par :

- une variation de la rotation du segment joignant les charges :

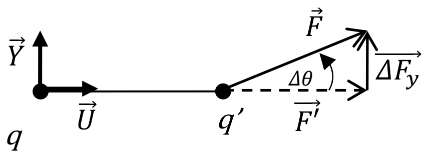
$$\boxed{\Delta_{rotation} = \frac{1}{c^2} V_y\,(V'_u - V_u)} \qquad (18)$$

- une variation de la distance entre les charges :

$$\boxed{\Delta_{distance}/r = \frac{1}{c^2} V_y\,(V'_y - V_y)} \qquad (19)$$

2.3.4. Force d'interaction

a) Force correctrice liée à la rotation :



Le schéma ci-contre montre que la force correctrice $\overrightarrow{\Delta F_y}$ associée à une variation de rotation $\Delta\theta$, orthogonale à $\vec{U}$, vaut : $\Delta F_y = F'\Delta\theta$.

Par conséquent, compte tenu de l'équation (18) : $\Delta F_y = \frac{1}{c^2} V_y\,(V'_u - V_u)\,F'$ (20)

b) Force correctrice liée à la variation de distance :

F' variant en $\frac{1}{r^2}$, on a : $dF' = -2\,F'\,\frac{dr}{r}$

La force correctrice $\overrightarrow{\Delta F_u}$, associée à une variation de distance Δr ,

doit être calculée de façon incrémentale : [7] $\int_0^{\Delta t} dr = \frac{1}{\Delta t}\int_0^{\Delta t} \frac{t}{\Delta t}\Delta r\, dt = \frac{\Delta r}{2}$

Il en résulte que : $\Delta F_u = -\,F'\,\frac{\Delta r}{r}$

Compte tenu de l'équation (19) : $\Delta F_u = -\frac{1}{c^2} V_y \left(V'_y - V_y\right) F'$ (21)

Finalement, la force dans Σ s'écrit : $\vec{F} = \overrightarrow{F'} + \frac{F'}{c^2}\left(V_y\,(V'_u - V_u)\,\vec{Y} - V_y\left(V'_y - V_y\right)\vec{U}\,\right)$ (22)

qui se met sous la forme : $\vec{F} = F'(\vec{U} + \frac{1}{c^2}(\overrightarrow{V'} - \vec{V}) \wedge (\vec{V} \wedge \vec{U}))$ (22a)

On retrouve bien l'équation (14).

[7] Cf. note « *Propriétés du champ électrostatique. Liaison avec le champ gravitationnel* » paragraphe 2.1.
Les incréments de temps à considérer sont égaux à la période de rafraîchissement du champ

3. *Comparaison des deux approches du problème*

Nous venons de voir que l'approche par la relativité et l'approche géométrique conduisent à la même équation (14) ou (22a). Comment peut-on l'expliquer ?

3.1. Analyse de l'approche par la relativité

La force correctrice est engendrée à partir de l'équation (12), qui s'écrit comme suit en y substituant les notations utilisées aux paragraphes 2.2 et 2.3 :

$$d(\gamma\,\vec{V'}) = \gamma_0\, d\left(\gamma'\,(\vec{V'}-\vec{V})\right) + \left((\vec{V'}-\vec{V})\, d(\vec{V'}-\vec{V})/c^2\right)\vec{V}$$

<u>Chaque terme du second membre apporte une contribution à la force correctrice</u> :

- <u>Le premier conduit à</u> : $\overrightarrow{\Delta F_1} = -(\vec{V}\,(\vec{V'}-\vec{V})/c^2)\vec{F'}$

soit : $\overrightarrow{\Delta F_1} = -\frac{F'}{c^2}\left(V_u(V'_u - V_u) + V_y(V'_y - V_y)\right)\vec{U}$

Il est induit par la désynchronisation du temps entre les deux référentiels (équation (8)).

- <u>Le second donne</u> : $\overrightarrow{\Delta F_2} = (\vec{F'}\,(\vec{V'}-\vec{V})/c^2)\,\vec{V}$

soit, puisque $\vec{F'} = F'\vec{U}$: $\overrightarrow{\Delta F_2} = \frac{F'}{c^2}(V_u(V'_u - V_u)\,\vec{U} + V_y(V'_u - V_u)\vec{Y})$

Ce second terme découle de l'équation : $\gamma = \gamma_0\,\gamma'(1 + \vec{V}(\vec{V'}-\vec{V})\,/c^2)$

Cette équation n'est autre que la relation entre les énergies totales dans les deux référentiels, qui est une conséquence de la loi de composition des vitesses[8], donc également de la désynchronisation du temps.

Il ne paraît pas évident de donner une interprétation physique à chaque partie, $\overrightarrow{\Delta F_1}$ et $\overrightarrow{\Delta F_2}$, de la force correctrice.

En raison de la suppression de deux termes opposés, la somme de $\overrightarrow{\Delta F_1}$ et $\overrightarrow{\Delta F_2}$ se ramène à :

$$\overrightarrow{\Delta F} = \frac{F'}{c^2}\left(-V_y(V'_y - V_y)\vec{U} + V_y(V'_u - V_u)\vec{Y}\right)$$

Cette équation est l'équation (22) de l'approche géométrique.

[8] Cf. note «*Une autre approche de la relativité* », chapitre 3. Approche relativiste à partir de l'équivalence entre masse et énergie.

Comme nous l'avons vu, cette approche part de la prise en compte de l'interaction retardée entre les charges, qui induit une différence de rotation du segment qui les relie et de distance. L'interprétation physique est là évidente.

3.2. Explication de l'équivalence des deux approches

Comment peut-on expliquer que l'effet de la désynchronisation des horloges (approche par la relativité) soit équivalent à l'effet de l'interaction retardée (approche géométrique) ?

Dans la note intitulée « *Masse, énergie et référentiels* » nous proposons une explication du phénomène de désynchronisation des horloges constaté entre deux référentiels en mouvement relatif, inspirée par le principe de Mach : [9]

La désynchronisation traduit le décalage temporel dans la transmission de l'interaction gravitationnelle avec les masses de l'univers.

Puisque les ondes de rafraîchissement du champ gravitationnel et du champ électrostatique ont la même vitesse c, le décalage correspondant à la distance $\overline{qq'}$ entre les charges est le même.

En conclusion, il apparaît abusif de considérer le champ magnétique comme une conséquence de la théorie de la relativité. On peut simplement constater que les équations de changement de coordonnées induites par cette théorie permettent d'obtenir la bonne évaluation du champ.

[9] Cf. paragraphe 4, reproduit en annexe à la présente note.

Annexe : Extrait de la note « *Masse, énergie et référentiels* »

4. Explication de la désynchronisation des horloges

La désynchronisation des horloges entre deux référentiels en mouvement relatif se traduit par le fait, qu'à un même instant dans un des référentiels, les observateurs voient une image déformée de l'autre référentiel puisque les horloges de ce dernier marquent des temps différents dépendant de leur position :

D'après les équations *(3)* : à l' Instant t dans Σ : $[x,t] \rightarrow [x' = x - ut', t' = t - ux'/c^2]$

à l'Instant t' dans Σ' : $[x',t'] \rightarrow [x_1 = x' + ut_1, t_1 = t' + ux_1/c^2]$

Nous avons vu que, si l'on se place dans le cadre de la théorie de la relativité restreinte, $[x',t']$ redonne $[x,t]$ en raison de l'effet de la déformation de l'espace et du temps qui s'ajoute à celui de la désynchronisation.

La désynchronisation des horloges est liée à l'existence d'une vitesse limite.[10] Celle-ci est la vitesse de déplacement de l'énergie c : vitesse des ondes gravitationnelles [11] ou des ondes électromagnétiques, qui est identique dans tous les référentiels.

A partir de là, comment expliquer physiquement le phénomène de désynchronisation ?

Dans un référentiel galiléen, l'opération de synchronisation des horloges s'appuie sur le fait que, par définition d'un tel référentiel, deux expériences identiques, décalées par translation et rotation dans l'espace, se déroulent avec les mêmes durées. Inversement, on pourrait dire que c'est le fait de synchroniser les horloges de façon à attribuer la même durée aux expériences qui rend le référentiel galiléen.

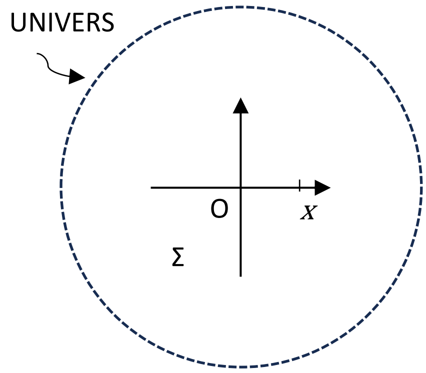
On sait qu'Ernst Mach a émis l'hypothèse que l'inertie des objets matériels serait induite par l'ensemble des autres masses présentes dans l'univers.

En conséquence de cette hypothèse, les référentiels galiléens, considérés, ainsi que nous l'avons vu, comme des « cadres de référence » massifs, paraissent en quelque sorte « en équilibre » avec le reste de l'univers, c'est-à-dire immobiles par rapport au cadre que constitue l'ensemble des masses de cet univers.[12]
Se pose alors la question suivante : comment deux référentiels galiléens en mouvement relatif peuvent-ils satisfaire tous les deux cette condition ?

---

[10] Cf. note « *Une autre approche de la relativité* » paragraphe 2.3.
[11] Au sens défini dans la note :
« *Champ gravitationnel, Principe Fondamental de la dynamique et Mécanique quantique* » paragraphe 1.1.3.
[12] L'article de Wikipédia consacré au « *Principe de Mach* » recense l'énoncé suivant pour ce principe : les référentiels inertiels locaux sont affectés par le mouvement cosmique et la distribution de la matière.
Julian Barbour et Herbert Pfiste (éd.), "*Mach's principle : from Newton's bucket to quantum gravity*"
(actes de la conférence tenue à Tübingen en juill. 1993), Boston, Bâle et Berlin, Birkhäuser, coll. « Einstein studies » (n° 6), août 1995, 1re éd.

La réponse que nous donnons est la suivante : cela n'est admissible que si le temps ne peut pas être considéré comme absolu ; on doit observer un décalage du temps d'un référentiel à l'autre.



Dans un référentiel galiléen l'interaction avec les masses de l'univers se traduit par des échanges d'énergie à la vitesse c (par l'intermédiaire des ondes de rafraîchissement des champs).

Pour un point d'abscisse x, la transmission des interactions selon l'axe Ox est décalée d'une durée $T = x/c$ par rapport à l'origine O du référentiel.

Considérons maintenant les référentiels Σ, supposé fixe, et Σ' en mouvement à la vitesse u selon l'axe Ox.

Si le temps était absolu, le décalage de la transmission selon Ox' dans Σ' serait modifié dans Σ de la valeur : $\Delta T' = uT'/c = ux'/c^2$

Puisque Σ' est galiléen, cette variation du décalage doit être compensée par une désynchronisation des horloges de Σ' par rapport à Σ.

On retrouve bien la relation : $t' = t - ux'/c^2$

Ce résultat reste vrai si l'on considère une interaction selon une direction quelconque. Si l'on désigne par α l'angle de cette direction par rapport à Ox', le décalage s'écrit :

$$\Delta T' = u\ (x' \cos\alpha/c)\ (u/c \cos\alpha) = ux'/c^2$$